

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

(下書き用紙)

[1] a, b を $a \geq b \geq 0$ を満たす実数とし

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{11 + 4\sqrt{5}} \end{cases}$$

が成り立つとする。

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 + (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = \boxed{\text{ア}}(a + b)$$

であるから

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{\boxed{\text{イウ}} - \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}$$

となり

$$a - b = \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。よって

$$b = \frac{\boxed{\text{クケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

であり、 $m \leq b < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 6 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

[2] 空間に $\triangle ABC$ があり, $BC=2$, $CA=2\sqrt{3}$, $\angle BCA=30^\circ$ を満たしている。

このとき, $AB=\boxed{\text{セ}}$ である。

また, $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とすると, $OA=\boxed{\text{ソ}}$ である。

(1) 半直線 AC 上を点 P が A から出発し, 一定の速さで A から遠ざかるように動いている。 P と A が異なるとき, $\angle APB$ は $\boxed{\text{タ}}$ 。

さらに, $\triangle ABP$ の外接円の半径は $\boxed{\text{チ}}$ 。

また, $\triangle ABP$ の外接円の面積の最小値は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

$\boxed{\text{タ}}$, $\boxed{\text{チ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 増加する
- ② 減少する
- ③ 初めは増加し, 途中から減少する
- ④ 初めは減少し, 途中から増加する
- ⑤ 一定である

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

- | | | | |
|--------------------|----------|--------------------|----------|
| ① $\frac{\pi}{2}$ | ② π | ③ $\frac{3}{2}\pi$ | ④ 2π |
| ⑤ $\frac{5}{2}\pi$ | ⑥ 3π | ⑦ $\frac{7}{2}\pi$ | ⑧ 4π |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問 は次ページに続く。)

(2) O を中心とし, 半径が OA の球面(球の表面)を S とする。

(i) A , B とは一致しない点 Q が S 上を動くとき, $\angle AQB$ が最小となるのは

$\boxed{\text{テ}}$ であり, $\angle AQB$ が最大となるのは $\boxed{\text{ト}}$ である。

よって, $\angle AQB$ の最小となるときその大きさは $\boxed{\text{ナ}}$ であり, 最大となるときその大きさは $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{\text{テ}}$, $\boxed{\text{ト}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① Q が $\triangle ABC$ の外接円上にあり, かつ, 直線 AB に関して C と同じ側にあるとき
- ② Q が $\triangle ABC$ の外接円上にあり, かつ, 直線 AB に関して C と反対側にあるとき
- ③ Q が線分 AB を直径とする円周上にあるとき
- ④ $\triangle ABQ$ が正三角形になるとき
- ⑤ $AQ=BQ=CQ$ となるとき

$\boxed{\text{ナ}}$, $\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

- | | |
|---------------|---------------|
| ① 15° | ⑥ 30° |
| ② 45° | ⑦ 60° |
| ③ 75° | ⑧ 90° |
| ④ 120° | ⑨ 135° |
| ⑤ 150° | ⑩ 165° |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問 は次ページに続く。)

(ii) S 上の点 D が, $AD=BD$, $\angle ADB=60^\circ$ を満たすとする。

$OD = \boxed{\text{ヌ}}$ であり, 線分 AB の中点を M とすると

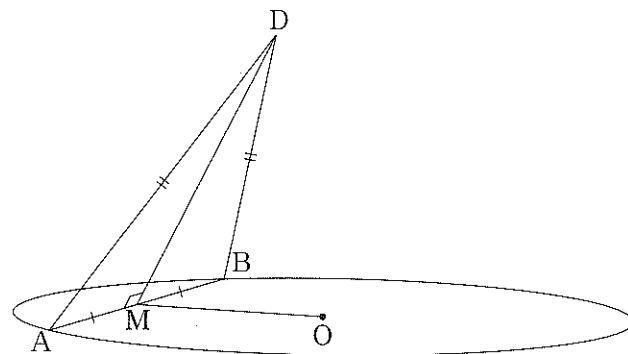
$\cos \angle OMD = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

さらに S 上の点 E が, $AE=BE$, $\angle AEB=90^\circ$, $\angle DME > 90^\circ$ を満た

すとき, $\sin \angle DME = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ となり, 四面体 $ABDE$ の体積は

$\frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

参考図



(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

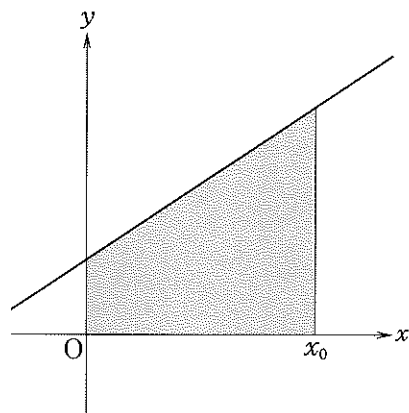
[1] ある発電所には、A、B 二つの発電機がある。これらの発電機を組み合わせで発電するとき、使用する燃料の費用が最小になる条件を考えよう。

以下では、単位を明記しない場合、発電量の値は 10 MW を 1 として、費用は 1000 円 を 1 として考える。

(注) MW は発電量の単位であり、 $1 \text{ MW} = 1,000,000 \text{ W}$ である。

一般に発電機で使用する燃料の費用は、発電量を多くすればするほど、単位発電量あたりの燃料費が増大する傾向にある。

発電量から燃料費を計算するために「燃料費増分」という量を用いることがある。発電量 x に対する燃料費増分 y は x の 1 次関数で近似されることが知られていて、 x と y の関係が図のように図示されているとき、 $x = x_0$ における燃料費は図の影をつけた部分の面積として求められる。



ここでは、発電機 A について発電量 x に対する燃料費増分が $20x + 40$ 、発電機 B について発電量 x に対する燃料費増分が $10x + 240$ であるとする。ただし、 $0 \leq x \leq 100$ とする。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問 は次ページに続く。)

(1) 太郎さんと花子さんは発電機 A の燃料費について考察している。

太郎：発電機 A については、発電量 x と燃料費増分 y の関係は

$$y = 20x + 40 \text{ だね。}$$

花子： $x = 10$ のとき燃料費はどうか。

$x = 10$ のとき $y =$ アイウ であり、このときの燃料費は エ である。

エ の解答群

- ① 280 ② 700 ③ 1400 ④ 2800

太郎：発電機 A と B について発電量から燃料費はどのように定まるのかな。

花子：調べてみましょう。

発電機 A で発電した発電量が a のときの燃料費を P_1 とし、発電機 B で発電した発電量が b のときの燃料費を P_2 とすると

$$P_1 = \text{ オ }, \quad P_2 = \text{ カ }$$

である。

オ , カ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① $20a + 40$ ② $20a + 80$ ③ $10a^2 + 20a$ ④ $10a^2 + 40a$
⑤ $10b + 240$ ⑥ $10b + 480$ ⑦ $5b^2 + 120b$ ⑧ $5b^2 + 240b$

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問 は次ページに続く。)

- (2) 発電機 A と B を組み合わせて合計 100 の発電量を発電する。発電機 A で a 、
 発電機 B で b の発電量を発電するとして、燃料費の総額を P とする。
 $a + b = 100$ であることに注意して、 P を a で表すと $P = \boxed{\text{キ}}$ である。
 したがって、燃料費が最小になるのは、発電機 A で $\boxed{\text{クケ}}$ の発電量、発電
 機 B で $\boxed{\text{コサ}}$ の発電量を発電するときである。また、そのときの燃料費の総
 額は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| ① $15a^2 + 140a$ | ① $15a^2 + 280a$ |
| ② $15a^2 - 1100a + 62000$ | ③ $15a^2 - 1200a + 74000$ |
| ④ $15a^2 - 1800a + 104000$ | ⑤ $15a^2 - 1900a + 102000$ |

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ① 41833 | ① 48350 | ② 50000 | ③ 62105 |
|---------|---------|---------|---------|

- (3) $x = \boxed{\text{クケ}}$ に対する発電機 A の燃料費増分を y_1 とし、 $x = \boxed{\text{コサ}}$ に対す
 る発電機 B の燃料費増分を y_2 とする。このとき、 $y_1 \boxed{\text{ス}} y_2$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

- | | | |
|-------|-------|-------|
| ① $<$ | ① $=$ | ② $>$ |
|-------|-------|-------|

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問 は 14 ページに続く。)

(下 書 き 用 紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

第3問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 1個のさいころを2回投げ、出た目の数を順に a, b とするとき、 $a + b \leq 6$ と

なる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり、 $a - b < 0$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

$a + b \leq 6$ であったという条件のもとで $a - b < 0$ であるという条件付き確率は

$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

- (2) 1個のさいころを3回投げ、出た目の数を順に a, b, c とするとき、

$a + b - c < 0$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり、 $a - b - c < 0$ となる確率は

$\frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(数学 I・数学 A 第3問 は次ページに続く。)

- (3) 1個のさいころを3回投げ、出た目の数を順に a, b, c とし、「たす」と「ひく」の記号が書かれた2枚のカード $\boxed{+}$, $\boxed{-}$ が入った袋から1枚を取り出しては戻すことを2回行い、

$S = a$ (1回目に引いたカードの記号) b (2回目に引いたカードの記号) c ,

$T = a$ (1回目に引いたカードの記号) b

と定める。例えば、 $a = 1, b = 2, c = 3$ であり、1回目に引いたカードが $\boxed{+}$, 2

回目に引いたカードが $\boxed{-}$ であるとき

$$S = 1 + 2 - 3 = 0, \quad T = 1 + 2 = 3$$

となる。

このとき、 $S < 0$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ツテト}}}{\boxed{\text{ナニヌ}}}$ であり、 $S < 0$ であったという条件

のもとで $T < 0$ であるという条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ネノハ}}}{\boxed{\text{ヒフヘ}}}$ である。

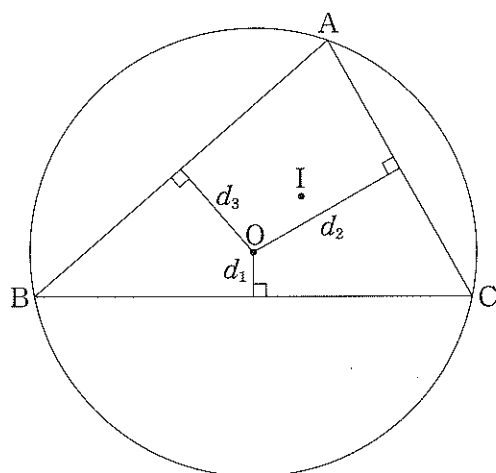
第 5 問 (選択問題) (配点 20)

鋭角三角形 ABC に対して、 $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする。また、

$$s = \frac{a+b+c}{2} \text{ とおく。}$$

$\triangle ABC$ の外心を O , 内心を I として、外接円の半径を R , 内接円の半径を r とする。

点 O から、3 辺 BC , CA , AB に下ろした垂線の長さをそれぞれ d_1 , d_2 , d_3 とするとき、 $d_1 + d_2 + d_3$ の値を R と r で表すことを考えよう。



(数学 I ・ 数学 A 第 5 問 は次ページに続く。)

- (1) 辺 BC , CA , AB の中点をそれぞれ L , M , N とする。また、辺 BC , CA , AB 上にそれぞれ点 D , E , F をとり

$$ID \perp BC, IE \perp CA, IF \perp AB$$

となるようにする。

このとき、 $\angle OLC = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり

$$R = \boxed{\text{ウ}}, r = \boxed{\text{エ}}$$

である。

$\triangle ABC$ の面積を S とすると

$$S = \triangle OBC + \triangle OCA + \triangle OAB = \boxed{\text{オ}}$$

であり

$$S = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB = \boxed{\text{カ}}$$

であるから、 $ad_1 + bd_2 + cd_3 = \boxed{\text{キ}}rs$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| ① $OA = OB = OC$ | ① $OD = OE = OF$ | ② $OL = OM = ON$ |
| ③ $IA = IB = IC$ | ④ $ID = IE = IF$ | ⑤ $IL = IM = IN$ |

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

- | | |
|-------------------------------------|------------------------|
| ① $\frac{1}{2}(ad_1 + bd_2 + cd_3)$ | ① $ad_1 + bd_2 + cd_3$ |
| ② $2(ad_1 + bd_2 + cd_3)$ | |

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

- | | | |
|-------------------|--------|---------|
| ① $\frac{1}{2}rs$ | ① rs | ② $2rs$ |
|-------------------|--------|---------|

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問 は次ページに続く。)

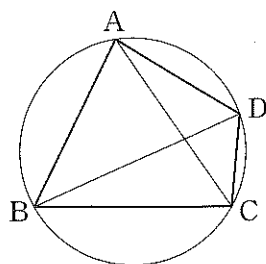
(2) ここで、次の定理を用いる。

定理

四角形 ABCD が円に内接するとき

$$AB \times CD + AD \times BC = AC \times BD$$

が成り立つ。



四角形 ANOM は円に内接し、 $MN = \boxed{\text{ク}}$ が成り立つから、上の定理より

$$cd_2 + bd_3 = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち、同様に

$$ad_3 + cd_1 = \boxed{\text{コ}}$$

$$bd_1 + ad_2 = \boxed{\text{サ}}$$

となる。これら三つの式を辺々加えると

$$(b+c)d_1 + (c+a)d_2 + (a+b)d_3 = \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}$$

となる。この式に $b+c=2s-a$ などと (1) の結果を用いると

$$d_1 + d_2 + d_3 = \boxed{\text{シ}}$$

が得られる。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問 は次ページに続く。)

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| ① $\frac{1}{3}a$ | ② $\frac{1}{3}b$ | ③ $\frac{1}{3}c$ |
| ④ $\frac{1}{2}a$ | ⑤ $\frac{1}{2}b$ | ⑥ $\frac{1}{2}c$ |

$\boxed{\text{ケ}}$ ~ $\boxed{\text{サ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|--------|--------|--------|
| ① ar | ② br | ③ cr |
| ④ aR | ⑤ bR | ⑥ cR |

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

- | | | | |
|---------|----------|----------|-----------|
| ① $R+r$ | ② $2R+r$ | ③ $R+2r$ | ④ $2R+2r$ |
|---------|----------|----------|-----------|