テスト対策（高2）

$\boxed{1}$ すべての実数 x について $f(x)=x+2\int_0^1 f(t)\,dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$\boxed{2}$ (1) 関数 $f(x)=\int_a^x (t^2+2t-3)\,dt$ の極値と，それを与える x の値を求めよ。

(2) $\int_a^x f(t)\,dt=x^3-6x^2+12x-8$ のとき，関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$\boxed{3}$ (1) 曲線 $y=x^3-4x$ と曲線 $y=3x^2$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(2) $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$ とし，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1,\ f(1))$ における接線を ℓ とするとき，曲線 $y=f(x)$ と接線 ℓ で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{4}$ 放物線 $y=3x-x^2$ と x 軸で囲まれた部分の面積を直線 $y=kx$ が 2 等分するように，定数 k の値を定めよ。

$\boxed{5}$ 放物線 $y=x^2$ と，点 $(1,\ 2)$ を通る直線で囲まれた部分の面積 S が最小になるとき，その直線の方程式を求めよ。

$\boxed{6}$ 放物線 $y=-x(x-2)$ を C_1，放物線 $y=x(x-2)$ を C_2 とし，直線 $y=tx$ を ℓ とする。ℓ と C_1，C_2 との原点以外の交点の x 座標をそれぞれ α，β とする。ただし，$0<t<2$ とする。

(1) α，β を t を用いて表せ。

(2) C_1 と ℓ，C_2 と ℓ とで囲まれる部分の面積をそれぞれ $S_1(t)$，$S_2(t)$ とするとき，$S_1(t)$ を求めよ。

(3) $S_1(t)$ と $S_2(t)$ の比が $1:8$ となるとき，t の値を求めよ。

$\boxed{7}$ 放物線 L：$y=x^2$ と点 $\mathrm{R}\left(0,\ \dfrac{5}{4}\right)$ を中心とする円 C が異なる 2 点で接している。ただし，L と C が点 P で接しているとは，L と C が点 P を共有し，さらに L と C が点 P において共通の接線をもつことを意味する。

(1) 2 つの接点の座標を求めよ。

(2) 円 C の方程式を求めよ。

(3) 2 つの接点を両端とする円 C の短い方の弧と L とで囲まれる図形の面積を求めよ。

$\boxed{8}$ 2 つの放物線 C_1：$y=x^2$ と C_2：$y=x^2-6x+15$ の共通接線を ℓ とする。

(1) ℓ の方程式を求め，C_1，C_2 および ℓ を図示せよ。

(2) C_1，C_2 および ℓ によって囲まれた部分の面積を求めよ。