

高校準備授業② 発展クラス

1  $n$  は自然数とする。次の命題の真偽を調べよ。偽のときは反例をあげよ。

- (1)  $n$  が偶数  $\implies n$  は 4 の倍数      (2)  $n$  が奇数  $\implies 10n+1$  は素数

2  $x, y$  は実数とする。次の命題の真偽を調べよ。

- (1)  $xy > 0 \implies x > 0$  または  $y > 0$   
 (2)  $xy = 0 \implies x = 0$  かつ  $y = 0$   
 (3)  $x + y > 0 \implies x > 0$  かつ  $y > 0$   
 (4)  $x + y = 2$  かつ  $xy = 0 \implies x = 0$  かつ  $y = 2$

3  $n$  は整数とする。次の命題の真偽を調べよ。

- (1)  $n^2$  が 4 の倍数  $\implies n$  は 4 の倍数  
 (2)  $n$  が 3 の倍数  $\implies n^2 + n$  は 6 の倍数

4  $x, y$  は実数とする。次の  に、「必要条件であるが十分条件でない」、「十分条件であるが必要条件でない」、「必要十分条件である」のうち、適するものを入れよ。

- (1)  $x = 2$  は、 $x^2 - x - 2 = 0$  であるための 。  
 (2)  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$  は、 $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$  であるための 。  
 (3)  $x = y = 2$  は、 $2x - y = 2y - x = 2$  であるための 。  
 (4)  $xy \neq 0$  は  $x \neq 0$  であるための 。

5  $x, y, z$  は実数とする。次の  に当てはまるものを、下の(ア)～(エ)のうちから 1 つ選べ。

- (1)  $xy = yz = zx = 0$  は  $x = y = z = 0$  であるための 。  
 (2)  $x > 2$  は  $x^2 \neq 1$  であるための 。  
 (3)  $x + y > 0$  は  $xy > 0$  であるための 。  
 (ア) 必要十分条件である  
 (イ) 必要条件であるが、十分条件でない  
 (ウ) 十分条件であるが、必要条件でない  
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない

6  $a, b, c, x$  は実数とする。次の  の中は、

- 「必要条件であるが十分条件ではない」  
 「十分条件であるが必要条件ではない」  
 「必要十分条件である」 「必要条件でも十分条件でもない」

のうち、それぞれどれが適するか。

- (1)  $a = 3$  かつ  $b = 2$  は  $a + b = 5$  であるための 。  
 (2)  $x = 3$  は  $x^2 - 6x + 9 = 0$  であるための 。  
 (3)  $x > 2$  は  $x > 1$  であるための 。  
 (4) 四角形の 2 本の対角線の長さが等しいことは、長方形であるための 。  
 (5)  $a < b$  は  $ac < bc$  であるための 。  
 (6) 4 かつ 6 の倍数であることは、24 の倍数であるための 。

7 次の命題の否定を述べよ。また、もとの命題とその否定の真偽を調べよ。

- (1) すべての素数  $n$  について、 $n$  は奇数である。  
 (2) ある実数  $x$  について  $x^2 \leq 0$

8  $m, n$  は整数、 $x, y$  は実数とする。次の条件の否定を述べよ。

- (1)  $m, n$  はともに奇数  
 (2)  $m, n$  の少なくとも一方は 3 の倍数  
 (3)  $x > 0$  または  $y \leq 0$   
 (4)  $x = 0$  かつ  $y \neq 0$

9  $x, y$  は実数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、その逆、対偶、裏を述べ、それらの真偽を調べよ。

$$xy = 15 \implies 「x = 3 \text{ かつ } y = 5」$$

- 10  $x, y$  は実数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、その逆、対偶、裏を述べ、それらの真偽を調べよ。
- (1) 長方形ならば、平行四辺形である。      (2)  $x \neq 1 \implies (x-1)(x-2) \neq 0$
- (3) 「 $x < 0$  または  $y < 0$ 」 $\implies x + y < 0$

- 11  $x, y$  は実数とする。次の命題を証明せよ。
- 「 $x^2 + y^2 \neq 5$  または  $x - y \neq 1$ 」 $\implies$  「 $x \neq 2$  または  $y \neq 1$ 」

- 12  $m, n$  は整数とする。次の命題を証明せよ。
- (1)  $n^3 + 1$  が奇数ならば、 $n$  は偶数である。
- (2)  $m^2 + n^2$  が奇数ならば、 $m, n$  のうち一方は奇数であり、他方は偶数である。

- 13 (1)  $n$  を整数とするとき、 $n^2$  が 5 の倍数ならば、 $n$  は 5 の倍数であることを証明せよ。
- (2)  $\sqrt{5}$  が無理数であることを証明せよ。