第6章　確　率

学習の要点

確率の考え方，確率の求め方

① 確率…あることがらが起こると期待される割合。

② 確率の求め方…ある実験または観察などにおいて，起こりうるすべての結果が全部でn通りあり，そのどれが起こることも同様に確からしいとする。
そのうち，ことがらＡが起こるのがa通りあるとき，Ａの起こる確率Pは次のようになる。

$$P=\frac{a}{n}$$

③ 場合の数
・２つのことがらＡ，Ｂで，Ａがm通り，Ｂがn通り起こり，Ａ，Ｂが同時に起こらない場合
　ＡまたはＢの起こる場合の数…$(m+n)$通り
・２つのことがらＡ，Ｂで，Ａがm通り，そのおのおのの場合についてＢがn通り起こる場合
　Ａ，Ｂがともに起こる場合の数…$(m\times n)$通り
樹形図をかいて求めるとわかりやすい。

例
1，2，3，4の整数１つずつを書いた４枚のカードを使って，２けたの整数をつくると何通りできるか。

1 — 2……12, 3……13, 4……14
2 — 1……21, 3……23, 4……24
3 — 1……31, 2……32, 4……34
4 — 1……41, 2……42, 3……43

十の位　一の位　整数

$4\times3=12$(通り)　【答】12通り

④ 確率の範囲…あることがらＡの起こる確率をPとすると，Pのとりうる値の範囲は，
$$0\leqq P\leqq 1$$

⑤ 起こらない確率
あることがらＡの起こる確率をPとすると，
(Ａの起こらない確率)＝1－(Ａの起こる確率)
＝$1-P$

1 確　率

例題１　確率の考え方

５本のくじの中に，１本の当たりくじが入っている。この中から１本のくじをひいてまた戻す実験を何回かくり返し，当たりが出る回数を調べたら，右の表のようになった。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　表の□にあてはまる数を，小数第３位まで求めよ。

(2)　当たりが出る相対度数は，どんな値に近づくと考えられるか。

ひいた回数	当たりが出た回数	相対度数
50	9	0.18
100	22	0.22
200	38	0.19
500	103	0.206
1000	204	□
1500	294	0.196

【解き方】　$\text{相対度数} = \dfrac{\text{当たりが出た回数}}{\text{ひいた回数}}$

(1)　$\dfrac{204}{1000} = 0.204$

(2)　ひいた回数が多くなるほど，0.2 に近づく。

あることがらの起こることが期待される程度を表す数を，そのことがらの起こる**確率**という。

５本のくじの中から１本のくじをひくとき，それが当たりである確率は $\dfrac{1}{5}$ である。

くじをひく実験をすると，その実験の回数が多ければ，当たりの出る回数の相対度数は $\dfrac{1}{5}$ $(=0.2)$ に近づいていく。

【答】　(1)　0.204　　(2)　$\dfrac{1}{5}$ [0.2]

類題１

袋の中に赤玉と青玉と白玉が１個ずつ入っている。この袋の中から玉を１個取り出してまた戻す実験を何回かくり返し，赤玉が出る回数を調べたら，右の表のようになった。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　表の□にあてはまる数を，小数第３位まで求めよ。

(2)　赤玉が出る相対度数は，どんな値に近づくと考えられるか。分数で答えよ。

取り出した回数	赤玉が出た回数	相対度数
50	16	0.32
100	30	0.3
200	64	0.32
400	134	0.335
600	198	0.33
800	260	□
1000	327	0.327
1200	398	0.332

例題２　確率の求め方

1，2，3，……，13の数字を１つずつ記入した13枚のカードがある。このカードをよくきって，その中から１枚を取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1)　取り出したカードが偶数の場合は何通りあるか。

(2)　取り出したカードが偶数である確率を求めよ。

【解き方】　$確率 = \dfrac{あることがらの起こる場合の数}{起こりうるすべての場合の数}$

(1)　偶数は，2，4，6，8，10，12の６通りある。

(2)　起こりうるすべての場合は，13通り。

よって，確率は$\dfrac{6}{13}$

【答】　(1)　６通り　　(2)　$\dfrac{6}{13}$

類題２

さいころを１回投げたとき，３の倍数の目が出るということがらについて，次の問いに答えよ。

(1)　３の倍数の目が出る場合は何通りあるか。

(2)　３の倍数の目が出る確率を求めよ。

例題３　確率の範囲

さいふに100円玉が10枚入っている。その中から１枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　取り出したのが100円玉である確率

(2)　取り出したのが10円玉である確率

【解き方】　あることがらの起こる確率をPとすると，Pのとりうる値は，つねに$0 \leqq P \leqq 1$の範囲にある。

(1)　必ず起こることがらだから，確率は１

(2)　決して起こらないことがらだから，確率は０

【答】　(1)　１　　(2)　０

類題３

13枚のダイヤのトランプから１枚ひくとき，次の確率を求めよ。

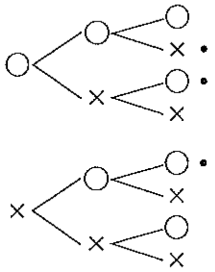
(1)　そのカードのマークがダイヤである確率

(2)　そのカードがジョーカーである確率

例題４　樹形図を利用した確率の求め方①

３枚の硬貨を同時に投げるとき，２枚が表，１枚が裏となる確率を求めよ。

【解き方】　表を○，裏を×として樹形図をかいて調べる。



起こりうるすべての場合の数は８通り。

２枚が表，１枚が裏となるのは，左の・をつけた場合だから，３通り。

よって，確率は $\frac{3}{8}$

【答】　$\frac{3}{8}$

類題４

100円，50円，10円の３枚の硬貨を投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　１枚が表で，２枚が裏となる確率

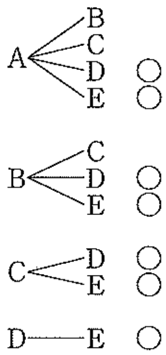
(2)　２枚以上が表となる確率

(3)　表が出た硬貨の金額を合計すると，60円以上になる確率

例題５　樹形図を利用した確率の求め方②

３人の男子Ａ君，Ｂ君，Ｃ君と２人の女子Ｄさん，Ｅさんの中から，そうじ当番を２人選ぶことになった。当番の中に女子がふくまれる確率を求めよ。

【解き方】　Ａ君とＢ君が選ばれても，Ｂ君とＡ君が選ばれても同じことである。組み合わせが同じものが重ならないように注意する。



樹形図をかくと，左のように，２人の選び方は全部で10通りになる。

このうち，ＤさんまたはＥさんがふくまれる場合の数は，左の○をつけた場合だから，７通り。

よって，確率は $\frac{7}{10}$

【答】　$\frac{7}{10}$

類題５

３人の男子と２人の女子の中から，くじで２人の委員を選ぶことになった。委員が２人とも男子である確率を求めよ。

例題6　あることがらが起こらない確率

大小２つのさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　３の目がまったく出ない確率

(2)　少なくとも１つは３の目が出る確率

【解き方】　右のような表をつくって考える。

起こりうるすべての場合は，全部で36通り。

(1)　３の目がまったく出ない出方は，右の表の○より，25通り。

よって，確率は $\frac{25}{36}$

(2)　少なくとも１つは３の目が出るとは，「３の目がまったく出ない」場合以外ということである。

(Aの起こらない確率)＝１－(Aの起こる確率)

よって，$1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	○	○		○	○	○
2	○	○		○	○	○
3						
4	○	○		○	○	○
5	○	○		○	○	○
6	○	○		○	○	○

【答】　(1)　$\frac{25}{36}$　　(2)　$\frac{11}{36}$

類題6

３本の当たりくじの入っている６本のくじから同時に３本ひくとき，次の確率を求めよ。

(1)　３本とも当たる確率

(2)　少なくとも１本当たる確率

例題7　やや複雑な確率の求め方①

たかし君は，1，2，3を書いた３枚のカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出し，取り出した順に左から並べて２けたの整数をつくった。できた整数が３の倍数である確率を求めよ。

【解き方】　起こりうるすべての場合の数を調べるには，樹形図が有効である。

樹形図をかくと下のようになる。よって，２けたの整数は全部で６通りあって，３の倍数になるのは12，21の２通り。

十の位　一の位

1 ─ 2……12
1 ─ 3……13
2 ─ 1……21
2 ─ 3……23
3 ─ 1……31
3 ─ 2……32

よって，確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

【答】　$\frac{1}{3}$

類題７

１，２，５の３枚のカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出し，取り出した順に左から並べて２けたの整数をつくる。このとき，次の確率を求めよ。

(1) できた整数が４の倍数である確率

(2) できた整数が21以上になる確率

例題８ やや複雑な確率の求め方②

大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の差が３以上となる確率を求めよ。

【解き方】 大，小のさいころの目と，目の数の差をまとめると，右の表のようになる。

目の数の差が３以上となるのは，右の表の○をつけた場合で，12通り。

よって，確率は $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	③	④	⑤
2	1	0	1	2	③	④
3	2	1	0	1	2	③
4	③	2	1	0	1	2
5	④	③	2	1	0	1
6	⑤	④	③	2	1	0

【答】 $\frac{1}{3}$

類題８

次の問いに答えよ。

(1) A，Bの２つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

① 同じ目が出る確率

② Aのさいころの目の数が，Bのさいころの目の数より大きくなる確率

(2) 大小２つのさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

① 目の数の和が偶数になる確率

② 目の数の積が18以上になる確率

【基本問題】

1 下の表は，１個のボタンをくり返し投げて，裏の出る回数を調べた結果である。あとの問いに答えよ。

投げた回数	100	500	1000	2000	3000	4000
裏の出た回数	35	165	420	808	1206	1606
相対度数	0.35	0.33	0.42	0.40	0.40	0.40

(1) 表，裏のどちらが出るほうが起こりやすいと考えられるか。

(2) 裏が出る相対度数は，どんな値に近づくと考えられるか。小数第２位まで求めよ。

2 １から 20 までの数字が書かれた 20 枚のカードがある。このカードをよくきって，その中から１枚を取り出すとき，そのカードが４の倍数である確率を求めよ。

3 100 円の硬貨を２枚，50 円の硬貨を１枚投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) ２枚が表で，１枚が裏となる確率

(2) 表が出た硬貨の金額を合計すると，100 円以下になる確率

4 赤玉３個，白玉２個，青玉１個が入った袋がある。このとき，次の確率を求めよ。

(1) この袋から１個を取り出すとき，青である確率

(2) この袋から同時に２個を取り出すとき，少なくとも１個が白である確率

5 右のような４枚のカードがある。このカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出す。はじめに取り出したカードの数を十の位，次に取り出したカードの数を一の位として２けたの整数をつくるとき，その整数が３の倍数になる確率を求めよ。

$\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$

6 A，Bの２つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) Aのさいころの目の数が４以上で，Bのさいころの目の数が４以下になる場合の確率

(2) 目の数の和が10以上になる確率

(3) 目の数の積が12の倍数になる確率